

dr Jolanta Nowak  
UKW Bydgoszcz

## MATEMATYKA NIE MUSI BYĆ TRUDNA

### Abstrakt

Edukacja matematyczna stanowi ogromne wyzwanie zarówno dla dziecka, jak i osoby dorosłej – nauczyciela. Od tego, jakie warunki stworzymy dziecku do budowania wiedzy i umiejętności matematycznych, zależy będzie jego poziom kompetencji w zakresie logicznego myślenia, rozumienia pojęć matematycznych, dostrzegania prawidłowości, poszukiwania i stosowania strategii matematycznych oraz prezentowanej samodzielności intelektualnej i odporności emocjonalnej w sytuacjach problemowych. W artykule omówiono podstawowe wskazania dydaktyczne, dotyczące organizacji procesu edukacyjnego, z uwzględnieniem podejścia konstruktywistycznego.

## MATHEMATICS DOES NOT HAVE TO BE DIFFICULT

### Abstract

Mathematics education represents a significant challenge for both children and adults – teachers. The conditions under which children gain their mathematical knowledge and skills influence their competence in respect of logical thinking, understanding mathematical concepts, identifying regularities, devising and implementing mathematical strategies as well as intellectual independence and emotional strength shown in problematic situations. The article describes basic recommendations related to the organisation of the teaching process taking into account the constructivism approach.

W ostatnich latach toczą się dyskusje, zarówno w gronie pedagogów teoretycznie jak i praktycznie zorientowanych, na temat edukacji matematycznej na poszczególnych szczeblach kształcenia. Wszyscy jednogłośnie przyznają, że niepokojąco niski jest poziom kompetencji matematycznych polskich uczniów. Wśród przyczyn takiego stanu rzeczy przede wszystkim wskazuje się na dokumenty programowe, gdzie krytyce poddawany jest dobór i układ treści kształcenia matematycznego w odniesieniu do kolejnych grup wiekowych. Szkoła i oferowany przez nią sposób organizacji procesu edukacyjnego, to drugie, istotne źródło matematycznych niepowodzeń naszych uczniów. Mimo wprowadzenia szeregu zmian zarówno w dokumentach programowych, podręcznikach, aranżacji i wyposażeniu przestrzeni edukacyjnej, nie ma możliwości zadekretowania zmian w nauczycielskim myśleniu o edukacji.

Codziennosc szkolna pokazuje, że mocno tkwimy w tradycyjnym, autorytarnym podejściu do kształcenia dziecka, gdzie nauczyciel, niczym sprawny rzemieślnik, stawia sobie cele i realizuje je zgodnie z instrumentalnie zaadaptowanymi procedurami metodycznymi. Urzeczywistnienie tych celów w postaci oczekiwanych i z góry zaplanowanych osiągnięć wychowanków, stanowi główny wyznacznik efektywności procesu kształcenia. Tak pojmowana edukacja traktuje dziecko jako jednostkę zewnątrzsterowną, którą można/powinno się uformować według ministerialnie

przyjętego wzorca. Doskonale to ilustruje wypowiedź ucznia, którą przytacza R. Fisher (2002) „Lubię szkołę. Tam nie trzeba myśleć. Tam mówią ci, co trzeba robić” (s.342). W tych słowach, niczym w krzywym zwierciadle, uwidoczniony został obraz dzisiejszej szkoły. Szkoła, która eliminuje samodzielne myślenie, wprowadza w stan „hibernacji” dziecięce możliwości, ignoruje indywidualne potrzeby.

Obserwując lekcje matematyki, podczas których wyposaża się ucznia w gotowy zestaw pojęć, praw i algorytmów, można odnieść wrażenie, że matematyka to zwykła gra symboli, to sprawne zonglowanie liczbami, umiejętność dopasowywanie określonych modeli matematycznego działania do odległych życiowo problemów. Uczniowie, ćwiczeni w biegłości rachunkowej i mechanicznym, bezrefleksyjnym rozwiązywaniu kolejnych zadań, przymuszani do funkcjonowania na poziomie symbolicznym, kiedy jeszcze nie są do tego intelektualnie gotowi, nie radzą sobie w codziennych sytuacjach, wymagających samodzielnego i twórczego myślenia, dostrzegania prawidłowości, przewidywania rezultatów działania. Tak prowadzone zajęcia z matematyki ujawniają słabość tradycyjnego kształcenia. Matematyka to nie kompendium wiedzy, którą wystarczy sobie przyswoić, ale zestaw użytecznych narzędzi, które świadomie i celowo użyte, pozwolą lepiej poznać, uporządkować i zrozumieć świat, zgodnie z prawami logiki.

Edukacja matematyczna małego dziecka wymaga odejścia od receptywnego stylu uczenia się na rzecz podejścia konstruktywistycznego. Jak podkreślają J.Filip i T. Rams (2000) „Uczenie się matematyki to odkrywanie, zdobywanie i tworzenie znaczeń dla pojęć i operacji matematycznych, a nie tylko uczenie technik matematycznych” i dalej dodają „Wysiłek nauczycieli winien skupiać się na tym, by nie tylko matematyki uczyć, ale przede wszystkim przez matematykę kształcić” (s.26). Można śmiało wysunąć tezę, iż od tego, jakie warunki stworzymy dziecku do budowania wiedzy i umiejętności matematycznych, zależeć będzie jego poziom kompetencji w zakresie logicznego myślenia, rozumienia pojęć matematycznych, wychwytywania relacji i zależności, poszukiwania i stosowania strategii matematycznych oraz prezentowania samodzielności intelektualnej i umiejętności radzenia sobie w sytuacjach problemowych.

Wieloletnia praktyka pedagogiczna w pracy z dziećmi w wieku młodszym szkolnym, poznanie rozwiązań metodyczno-organizacyjnych, proponowanych w innych krajach oraz analiza koncepcji wybranych szkół alternatywnych: M. Montessori, C. Freineta czy W.H. Kilpatricka, dały mi praktyczne podstawy do sformułowania kilku wskazówek dydaktycznych, dotyczących organizacji edukacji matematycznej. Umocowaniem teoretycznym dla prezentowanych zasad są psychologiczne teorie poznania, wpisujące się w nurt konstruktywistyczny: J.Piageta, L.Wygotskiego i J.Brunera. Zaś obszar podjętych rozważań wyznaczyły trzy podstawowe wymiary rozwoju poznawczego, określone przez S. Paperta (za: Walat, 2007, s.8): mentalny - obejmujący procesy konstruowania wiedzy w umyśle ucznia, społeczny – wskazujący na rolę współpracy i dyskursu w procesie uczenia się oraz materialny – związany z konstruowaniem materialnych reprezentacji abstrakcyjnych idei.

Zatem, co można zrobić, aby odczarować mit o matematyce jako przedmiocie tylko dla wybranych? Oto siedem prawd, które pozwolą przeorientować myślenie nauczyciela o edukacji matematycznej małego dziecka, a jednocześnie sprawią, że matematyka stanie się ciekawym, inspirującym poznawczo wyzwaniem:

### **1. Myślę inaczej niż ty**

Dziecko to nie jest dorosły z mniejszą ilością doświadczeń. Nie możemy więc zakładać, że widzi ono to, co my widzimy i rozumie tak, jak my rozumiemy. Jego sposób patrzenia na świat i budowanie rozumienia świata determinowane jest przez swoiste cechy myślenia, poziom rozumienia niezmienników oraz rozwój operacji logicznych. Wskazane miary rozwoju struktur logiczno-matematycznych określają wymiar jakościowy postrzegania, przyswajania, rozumienia i przetwarzania informacji. Dzieci nie myślą pojęciami matematycznymi zewnętrznymi narzuconymi, lecz tworzą własne obrazy pojęciowe, samodzielnie nadając znaczenie temu co widzą. Doświadczenia zmysłowe i manipulacyjne stanowią bazę do tworzenia schematów wyobrazeniowych, będących umysłową reprezentacją przedmiotów i zdarzeń. Na nich dokonywane są operacje, oparte na prostych regułach logicznych. Oznacza to, że myślenie symboliczne jest jeszcze dziecku rozwojowo odległe. Dlatego warto sięgać po mediatory zewnętrzne w postaci celowo dobranych środków dydaktycznych, jak na przykład materiał dydaktyczny Numicon, klocki Cuisenaire'a czy materiał matematyczny M. Montessori, bowiem są to obiekty, za pomocą których dziecko myśli. Z kolei odwoływanie się do sytuacji realistycznych, bliskich dziecięcemu doświadczeniu, umożliwi dziecku sięgnięcie do wiedzy uprzedniej i wcześniejszych doświadczeń, co znacząco ułatwi mu analizę i rozumienie badanych problemów matematycznych.

### **2. Pozwól mi działać a zrozumieć**

Dzieci rodzą się z naturalnym aparatem do badań eksploracyjnych. To zmysły karmią umysł informacjami, które stanowią tworzywo do dalszej obróbki intelektualnej. Jak zauważa D. Matzarakis (2009) „...kompleksowe procesy, które decydują o logiczno-matematycznym myśleniu, zachodzą w różnych częściach mózgu. (...) Liczby i struktury matematyczne mogą być reprezentowane w mózgu w formie językowej i przestrzennej” (s.36). Dlatego tak ważna jest edukacja polisensoryczna, która zapewni stymulację wszystkich obszarów mózgu, a w połączeniu z aktywnością ruchową umożliwi integrację myślenia z działaniem. Wszelkie działania na konkretnych przedmiotach budują bowiem doświadczenie dziecięce, które implikuje konstruowanie języka pojęć i wyznacza progres w zakresie myślenia matematycznego. Reprezentacja enaktywna, zwiększa umiejętność operowania myślowego, gdyż pozwala, zarówno dziecku jak i nauczycielowi, ujrzeć „myślenie” uzewnętrznione za pomocą czynności motorycznej. Natomiast wizualne przedstawienie kształtów, liczb, procedur, relacji daje początek budowaniu prototypów dla kategorii pojęciowych. Doskonałym narzędziem wyzwalającym aktywność intelektualną dziecka na poziomie „tu i teraz” są, już wcześniej wspomniane, środki dydaktyczne, które umożliwią uczenie się w trybie proceduralnym, poprzez działanie oraz ikonizację poprzez patrzenie. A to zdecydowanie ułatwi dziecku zinternalizowanie obrazów na użytek własnych przemyśleń oraz pozwoli zrozumieć mechanizmy wykonywanych operacji.

### **3. Daj mi czas**

Każde dziecko pracuje w swoim indywidualnym tempie, posiada określone możliwości w zakresie długości koncentracji uwagi, kontroli zasobów energetycznych, synchronizacji czasowej działań w ramach wykonywanych zadań. Wiele dzieci ma kłopoty ze zrozumieniem problemu matematycznego, gdyż nie potrafią skoncentrować się dostatecznie długo na określonym zagadnieniu, wykonują czynności szybko i niedokładnie. Niestety edukacja frontalna nie uwzględnia dziecięcych potrzeb w tym

zakresie. Zarówno nauczyciel jak i dziecko funkcjonują pod presją czasu, co powoduje, że uczenie się ograniczone jest do rozwiązywania prostych zadań, zapamiętywania gotowych algorytmów, posługiwania się cudzym tokiem myślenia przy uzupełnianiu rozwiązań w zeszytach ćwiczeń. Nauczyciel stosuje wyjaśnienia zamiast dać czas na myślenie, oczekuje wyuczonych odpowiedzi na standardowe pytania i sprawnego wykonania wyćwiczonych procedur. Zapominamy, że gromadzenie doświadczeń, poszukiwanie rozwiązań, twórcze, niestandardowe myślenie, tak ważne w matematyce, wymaga elastycznego gospodarowania czasem. Dzieci potrzebują czasu na samodzielne odkrywanie reguł, dostrzeganie prawidłowości, wymyślanie własnych sposobów rozwiązywania zadań.

#### **4. Nikt nie rośnie za mnie**

Dziecko jest twórcą swojego rozwoju. Konstruuje własne domeny wiedzy, które początkowo mają postać prostej struktury, osadzonej na poziomie konkretnym. Stopniowo, w miarę nabywania doświadczeń, przekształca je w sieć pojęciową, którą zaczyna posługiwać się na poziomie abstrakcyjnym. Oznacza to, że dziecko nie przyswaja wiedzy matematycznej w gotowej postaci, lecz odkrywa ją poprzez obcowanie z otaczającymi przedmiotami, które rozpoznaje, porównuje, porządkuje, klasyfikuje i liczy. Różnorodność zgromadzonych doświadczeń pozwala nadać intuicyjnemu rozumowaniu coraz bardziej sformalizowaną postać, prowadzi do zmian jakościowych w myśleniu i działaniu. Należy unikać nadmiernego formalizmu i zbyt wczesnego przechodzenia z dziećmi na poziom komunikacji z użyciem kodu symbolicznego (por. Jakubowicz-Bryx, 2010, s.131). Rozwiązując problemy matematyczne, dzieci powinny mówić swoim językiem i postępować na swój sposób, tworząc własne procedury. Sprawi to, że w nowych sytuacjach ich rozumowanie nie będzie zniewolone przez schematy matematycznego postępowania. Wykształcona elastyczność, otwartość myślenia, umiejętność generowania twórczych rozwiązań i ich wartościowania pozwoli dzieciom mierzyć się z dowolnym zadaniem, bez względu na aktualnie realizowane treści programowe.

#### **5. Idź obok mnie**

Nauczyciel powinien być partnerem dla ucznia, który towarzyszy mu w realizacji zadań rozwojowych. Zamiast wyręczać i kontrolować ma wspierać wychowanka, wykazując przy tym gotowość podążania za nim w procesie nabywania kompetencji matematycznych. Niestety, często oczekiwania nauczyciela nie wpisują się w potrzeby i możliwości dziecka, co stanowi istotne źródło niepowodzeń w uczeniu się matematyki. W tej sytuacji nawet obniżenie poziomu wymagań nie przyczyni się do zrozumienia pojęć i procedur matematycznych. Stąd rolą nauczyciela jest budowanie rusztowania poprzez dostosowanie oferty edukacyjnej do aktualnych kompetencji dziecka oraz zarysowanej mapy gotowości do podjęcia nowych wyzwań. Ważne jest przy tym wykazanie zainteresowania podejmowanymi przez dziecko działaniami, udzielanie doraźnego, pomocowego wsparcia, ukierunkowywanie uwagi dziecka na wybrane aspekty wykonywanych czynności, zachęcanie do zauważania prawidłowości i wyciągania wniosków.

#### **6. Poznaję siebie w dialogu z innymi**

Matematyki uczymy się w toku podjętego dyskursu. Partnerem dialogu może być zarówno osoba o większym doświadczeniu (nauczyciel, rówieśnik), jak również

prezentująca zbliżony poziom wiedzy i umiejętności. Dialog nauczyciela z uczniem naznaczony jest nierównością wiedzy i władzy, często ma charakter techniczny i nakierowany jest na rzeczowe poznanie w obrębie wiedzy deklaratywnej ucznia. Aby podnieść wartość dydaktyczną tego dialogu, pobudzić dziecko do refleksji nad własnym myśleniem, nauczyciel powinien formułować pytania typu: Jak to zrobiłeś? Wyjaśnij? Przekonaj? W tym miejscu warto zwrócić uwagę, aby nauczyciel nie próbował odpowiadać na pytania, które sam zadał. Innym typem dyskursu w przestrzeni edukacyjnej klasy jest dialog rówieśniczy. Uczniowie, pracując w parach lub niewielkich grupach, rozwiązują wspólnie zadania problemowe. Sytuacje te tworzą kontekst znaczeniowy dla rozmów z użyciem języka matematycznego. W sposób naturalny wymuszają na członkach zespołu potrzebę podjęcia dyskursu w celu zrozumienia i scalenia różnych sposobów definiowania problemu i wypracowania procedur, służących jego rozwiązaniu. Współpraca i kooperacja stanowią płaszczyznę do wymiany myśli, negocjowania i uwspólniania znaczeń, kontroli i refleksji nad własnym myśleniem oraz myśleniem partnera. Są źródłem wzajemnej inspiracji, pobudzają do podjęcia wyzwań intelektualnych, uruchamiają nowego typu zachowania. Dzieci szybciej i chętniej podejmują zadania i szybciej generują nowe rozwiązania współdziałając ze sobą niż podczas pracy indywidualnej.

### **7. Zaufaj mi**

Dziecko ma prawo do tworzenia własnych kompetencji, do podążania indywidualną ścieżką rozwojową. Zatem powinno mieć możliwość wyboru zadań, na których będzie budowało swoje umiejętności matematyczne, oraz miejsca, czasu i formy ich realizacji. Uczy to świadomego podejmowania decyzji, celowego kierowania własną aktywnością, jak również wymaga przyjęcia przez dziecko odpowiedzialności za swoje działania. Dziecko potrzebuje sytuacji wyboru, aby rozbudzić własne poszukiwanie strategii działania oraz wypracować osobiste procedury rozwiązywania problemów. Wymaga to odejścia od dyrektywnego zarządzania aktywnością wychowanka, wykazania zaufania do posiadanych przez niego zdolności, wspierania w uzyskiwaniu samodzielności. Dziecko ma także prawo do błędów. Pozytywny stosunek dorosłego wobec potknięć, pomyłek językowych, pojęciowych pozwala dziecku z większą odwagą mierzyć się z nowymi wyzwaniami. Rozważna konfrontacja z błędami stymuluje powstawanie krytycznych pytań, a stosowanie metody prób i błędów jest skutecznym sposobem w poszukiwaniu rozwiązania zadań matematycznych.

Niech te wskazówki, wzbogacone własną refleksją, staną się źródłem inspiracji dla nauczycielskich działań, bo przecież matematyka wcale nie musi być trudna ...

### **Literatura:**

1. Filip J., Rams T.: *Dziecko w świecie matematyki*, Oficyna Wydawnicza Impuls, Kraków 2000. ISBN 83-88030-54-X.
2. Fisher R.: *Lepszy start*, Dom Wydawniczy REBIS, Poznań 2002. ISBN 83-7301-217-6.
3. Jakubowicz-Bryx A., *Umiejętność konstruowania zadań tekstowych przez uczniów klas trzecich*, [W:] Marek E., Łuczak J. (red.), *Diagnoza i terapia psychopedagogiczna w edukacji dziecka*, Naukowe Wydawnictwo Piotrkowskie, Piotrków Trybunalski 2010. ISBN 978-83-7726-002-9.

4. Matzarakis D.: *Jak moje dziecko może nauczyć się logiczno-matematycznego myślenia?* Wydawnictwo JEDNOŚĆ, Kielce 2009. ISBN 978-83-7442-734-0.
5. Walat A., *O konstrukcjonizmie i ośmiu zasadach skutecznego uczenia się według Seymoura Paperta*, Meritum 4 (7)/2007.

**Adres**

*Jolanta Nowak, doktor  
Uniwersytet Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy  
Instytut Pedagogiki  
Zakład Pedagogiki Przedszkolnej  
ul. Chodkiewicza 30  
85 – 069 Bydgoszcz  
e-mail: nowakjolanta@wp.pl*