

Nowak J., *Edukacja matematyczna jako przestrzeń zmian*, Nauczanie Początkowe.

Kształcenie Zintegrowane. Zeszyty Kieleckie, nr 1 2015/2016, s. 60-73.

**Jolanta Nowak**

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego

w Bydgoszczy

## **Edukacja matematyczna jako przestrzeń zmian**

### **1. Wprowadzenie**

Poszukiwanie uniwersum w dydaktyce matematyki jest rzeczą trudną, a w obliczu dzisiejszej wiedzy o funkcjonowaniu mózgu, wręcz niemożliwą. Nie ma gotowych procedur postępowania dydaktycznego, których konsekwentne stosowanie będzie gwarancją uczniowskiego sukcesu. Dlatego metodyczny model kształcenia oparty na działaniu instrumentalnym powinien ewaluować w kierunku metodologii kształcenia, która wymaga każdorazowo namysłu nad celami i doбором środków, refleksji nad działaniem i osądu prowadzącego do racjonalnych decyzji<sup>1</sup>. W praktyce szkolnej dotyczy to współdziałania i interakcji w obrębie czterech głównych elementów: uczących się (kto?), nauczycieli (z kim?), treści (uczyć się czego?), obiektów, sprzętu i technologii (uczyć się gdzie i za pomocą czego?)<sup>2</sup>. W ten sposób tworzy się dynamiczna, wielowymiarowa przestrzeń, która uruchamia proces uczenia się. Rolą nauczyciela jest aranżacja środowiska uczącego, a uczniowie niech czerpią z działań nauczyciela jedynie to, co jest lub wydaje się im potrzebne.

### **2. Świat fizyczny źródłem impulsów intelektualnych**

Uczenie się zachodzi w nierozzerwalnym związku z jednostkowym doświadczeniem rzeczywistości. Rolę zmysłów w poznawaniu świata dostrzegł już ponad dwa tysiące lat temu grecki filozof Platon, a na początku XIX wieku szwajcarski pedagog i twórca teorii nauczania elementarnego Jan Henryk Pestalozzi postulował, by dzieci uczyły się „głową, sercem i rękami”. Amerykański filozof i dydaktyk John Dewey zwracał uwagę, że działanie i doświadczenie są źródłem wiedzy, gdyż *wiadomości odcięte od przemyślanej czynności są martwe, są ciężarem przygniatającym umysł*<sup>3</sup>. Postrzeganie ucznia jako aktywnego odkrywcy, który przyjmuje postawę badawczą wobec rzeczywistości, dało podstawy koncepcji

---

<sup>1</sup> Zob. D. Klus-Stańska, J. Kruk, *Tworzenie warunków dla rozwojowej zmiany poznawczej i konstruowania wiedzy przez dziecko*, [w:] D. Klus-Stańska, M. Szczepka-Pustkowska (red.), *Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania*, Warszawa, Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne, 2009, s. 502.

<sup>2</sup> H. Dumont, D. Istance, F. Benavides, *Istota uczenia się. Wykorzystanie wyników badań w praktyce*, Warszawa, ABC Wolters Kluwer, 2013, s. 52.

<sup>3</sup> J. Dewey, *Demokracja i wychowanie. Wstęp do filozofii wychowania*, Warszawa, Książka i Wiedza, 1963, s. 165.

psychologiczno-pedagogicznych wpisujących się w szeroko prezentowany nurt Nowego Wychowania (M. Montessorii, C. Freinet, R. Steiner, H. Parkhurst).

Dzięki badaniom prowadzonym przez przedstawicieli psychologicznego i społecznego konstruktywizmu: Jeana Piageta, Lwa Wygotskiego oraz ich kontynuatorów, między innymi Jerome'a Seymoura Brunera wiemy, że uczenie się to proces konstruowania osobistych struktur poznawczych poprzez działania wykonywane na obiektach fizycznych i myślowych, a w szczególności poprzez bezpośrednie interakcje i język, umożliwiające intersubiektywną wymianę myśli, nadawanie znaczeń oraz wychodzenie poza dostarczone informacje<sup>4</sup>. Można więc przyjąć, że świat fizyczny jest tworzywem, którego badanie pozwala dziecku na drodze spostrzeżeń konstruować schematy wyobrażeniowe, doskonalić operacje logiczne, a w konsekwencji dokonywać uogólnień prowadzących do budowania pojęć.

Samodzielne tworzenie reprezentacji mentalnych wymaga od ucznia aktywności operacyjnej w bezpośredniej relacji z przedmiotem poznania. Według Jeana Piageta *Aby poznać obiekty, podmiot musi mieć z nimi aktywny kontakt, dzięki czemu może je przekształcać: musi je przestawiać, korygować, łączyć, rozdzielać i składać od nowa. Począwszy od najbardziej podstawowych działań sensomotorycznych [...], aż do najbardziej wyrafinowanych operacji intelektualnych[...], wiedza nieustannie wiąże się z działaniem lub operacjami, czyli z przekształcaniem*<sup>5</sup>. Przedmioty pełnią rolę swoistych mediatorów zewnętrznych, za pomocą których dziecko myśli, są źródłem impulsów uruchamiających procesy poznawcze. Jednak sama obserwacja to za mało, tutaj potrzebna jest praktyka, działanie.

Jak dowodzą badania neurobiologów, nasze dłonie mają w mózgu ogromne reprezentacje w korze przedruchowej, ruchowej oraz polach sensorycznych co oznacza, że jedna trzecia mózgu odpowiada za motorykę<sup>6</sup>. Stąd zadania o charakterze przestrzennym, wymagające fizycznego manipulowania przedmiotami są lepiej zapamiętywane. Ruchy ciała stają się elementem konkretnych śladów pamięciowych. Mówimy tutaj o myśleniu synpraktycznym wywołanym bezpośrednim kontaktem z obiektem poznania i kodowaniu zdarzeń wraz z ich kontekstem w pamięci epizodycznej.

---

<sup>4</sup> Zob. J. Piaget, *Studia z psychologii dziecka*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2006; L.S. Wygotski, *Narzędzie i znak w rozwoju dziecka*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2006; J.S. Bruner, *Poza dostarczone informacje. Studia z psychologii poznawania*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1978.

<sup>5</sup> J. Piaget, *Piaget's Theory*. [w:] P. Mussen (red.), *Carmichael's Manual of Child Psychology*, New York, 1970, s. 704 cyt. za: D. C. Phillips, J. F. Soltis, *Podstawy wiedzy o nauczaniu*, Gdańsk, GWO, 2003, s. 67.

<sup>6</sup> Zob. M. Spitzer, *Cyfrowa demencja. W jaki sposób pozbawiamy rozumu siebie i swoje dzieci*, Słupsk, Wydawnictwo Dobra Literatura, 2013, s. 160.

Przykładem, jak nasz mózg uprawia matematykę, może być tworzenie pojęcia liczby. Jako konstrukt czysto abstrakcyjny jest ona odległa dziecięcemu sposobowi rozumowania. U małych dzieci możemy mówić jedynie o intuicji logarytmicznej, która pozwala szacować ilość za pomocą proporcji<sup>7</sup>. Pojmowanie ilości w kategoriach precyzyjnych liczb jest wytworem kultury i wymaga – zdaniem niemieckiego psychiatry prowadzącego badania na polu neurodydaktyki Manfreda Spitzera – przetwarzania doświadczeń w trzech podstawowych formatach: jako wydarzeń sensomotorycznych silnie związanych z ruchem palców, jako miejsca na skali linearnej zakodowanej w płacie ciemieniowym oraz w formie językowej realizowanej przez ośrodki mowy znajdujące się w płacie czołowym i skroniowym mózgu<sup>8</sup>. Wymienione moduły są ze sobą ściśle powiązane i aktywowanie jednego z nich podczas wykonywania operacji arytmetycznych automatycznie uruchamia wszystkie pozostałe.

Różnorodność zgromadzonych doświadczeń pozwala nadać intuicyjnemu rozumowaniu dziecka coraz bardziej sformalizowaną postać. Aby tak się stało dziecko musi przejść całą drogę interioryzacji zaczynając od działań na obiektach materialnych, które stopniowo będą uwewnętrzniane w postaci czynności wyobrażeniowych aż po operacje abstrakcyjne. Skrócenie tej drogi poprzez zastąpienie obserwowania i manipulowania na konkretach obrazkiem w podręczniku ogranicza znacząco udział aparatu zmysłowego w badaniu eksploracyjnym, a tym samym zubaża materiał przeznaczony do dalszej obróbki intelektualnej.

Już J. Piaget przestrzegał przed niebezpieczeństwem *werbalizmu obrazkowego*<sup>9</sup>, który faworyzuje skojarzenia, nie zostawiając miejsca na autentyczną aktywność. W książce pod znamienym tytułem „Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej” Dorota Klus-Stańska i Marzenna Nowicka opisują zajęcia matematyki jako spektakl, a wręcz monodram w którym to nauczyciel odgrywa główną rolę. Za pomocą rekwizytów w postaci rysunków, materiału poglądowego i odpowiednio dobranego oprzyrządowania, stanowiącego ciąg mechanicznych czynności tworzących gotowe procedury rozwiązywania zadań, próbuje on skupić uwagę uczniów – widzów, a niekiedy włączyć ich w wybrane fragmenty zajęć według ściśle zaplanowanego scenariusza<sup>10</sup>. Taki model nauczania matematyki sytuuje nauczyciela w roli

---

<sup>7</sup> Zob. A. Bellos, *Przygody Alexa w krainie liczb. Podróże po cudownym świecie matematyki*, Warszawa, Wydawnictwo Albatros A. Kuryłowicz, 2013, s. 25.

<sup>8</sup> Zob. M. Spitzer, op. cit., s. 151.

<sup>9</sup> J. Piaget, *Dokąd zmierza edukacja?* Warszawa, PWN, 1977, s.18.

<sup>10</sup> D. Klus-Stańska, M. Nowicka, *Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej*, Warszawa, WSiP, 2005, s. 138.

tłumacza mocno sformalizowanego języka przekazu, zaś aktywność uczniów sprowadza do wypełniania kolejnych kart pracy.

Potwierdzenie tego typu praktyk nauczycielskich znajdujemy w Raporcie o stanie edukacji 2013. Nauczyciele matematyki są przekonani, że *omawianie z uczniami kolejnych treści zawartych w podręcznikach i rozwiązywanie zadań zamieszczonych w zbiorach pozwoli na pełną realizację zapisów podstawy programowej*<sup>11</sup>. Tak więc zamiast czynnościowego nauczania matematyki coraz częściej mamy papierową edukację. Prowadzi to do smutnej konstatacji, że dzisiejsza jakość nauczania matematyki zależy od jakości podręczników z których korzystają uczniowie.

### **3. Konstruowanie wiedzy matematycznej w interakcjach społecznych**

Racjonalnym rozwiązaniem służącym podniesieniu skuteczności uczenia (się) matematyki jest budowanie *kultury wzajemnego uczenia się*<sup>12</sup>, gdzie uczący pomagają sobie wzajemnie w nauce, tworzą grupę wsparcia, a nauczyciel jest moderatorem edukacyjnej debaty. Oznacza to odejście od zwyczajowego przepytывania klasy za pomocą bezpośrednich instrukcji na rzecz edukacji dialogicznej, która umożliwi *osiąganie wspólnego rozumienia za pomocą zadawania sekwencji odpowiednich pytań oraz poprzez wspólne działanie i dzielenie się koncepcjami, które ukierunkowują, pobudzają, ograniczają wybory i przyspieszają przekazywanie koncepcji i zasad*<sup>13</sup>. Partnerem tak rozumianego dialogu ramowego może być zarówno osoba dorosła o większym doświadczeniu, jak również rówieśnik prezentujący zbliżony poziom wiedzy i umiejętności.

Kluczowe dla uruchomienia myślenia heurystycznego o charakterze czynnościowym są nauczycielskie i uczniowskie pytania. Dobre pytanie to takie, które inicjuje proces krytycznego myślenia, oceniania, skłania do szukania zależności, związków przyczynowo-skutkowych oraz zachęca do generowania twórczych pomysłów. Domagając się odpowiedzi – jak zauważa Robert Fisher – staje się jednocześnie *zaproszeniem do myślenia lub działania*<sup>14</sup>. Takie pytania mają charakter produktywny i wymagają wydłużenia czasu na namysł, poszukiwanie argumentów, zastanowienie się nad możliwym rozwiązaniem. Co ważne, odpowiedź nie zamyka dialogu, wręcz przeciwnie, powinna zachęcać do formułowania kolejnych pytań zarówno przez nauczyciela jak i przez uczniów.

---

<sup>11</sup> M. Czajkowska, M. Orzechowska, *Nauczanie matematyki*, [w:] M. Fedorowicz, M. Sitek, *Raport o stanie edukacji 2013. Liczą się nauczyciele*, Warszawa, IBE, 2014, s. 185.

<sup>12</sup> Zob. J. S. Bruner, *Kultura edukacji*, Kraków, Wydawnictwo Universitas, 2006, s. 38-44.

<sup>13</sup> R. J. Alexander, *Culture and Pedagogy: international comparisons in primary education*, Oxford and Boston, Blackwell, 2001, s. 527.

<sup>14</sup> R. Fisher, *Uczymy jak myśleć*, Warszawa, WSiP, 1999, s. 85.

Ogromny potencjał rozwojowy zawarty w dziecięcych pytaniach oraz wiedza potoczna, jaką dysponują uczniowie mogą stanowić punkt wyjścia do uczniowskiej debaty. Zachęcanie do formułowania pytań i dyskusowania odpowiedzi w parach umożliwia uczniom lepsze zrozumienie problemu, ujrzenie go z wielu perspektyw oraz daje większą pewność co do poprawności własnego rozumowania. Zachęcanie do „myślenia na głos” oraz prezentowania w rozwiniętej formie swoich pomysłów, wątpliwości pozwala z kolei znacząco rozszerzyć i pogłębić zakres wymiany informacji między nauczycielem i uczniami. Niezwykle ważne jest przy tym, by nauczyciele wykazywali zainteresowanie uczniowską wypowiedzią oraz potrafili powstrzymać się od korygowania i komentowania, gdyż to zaburza tok myślenia i wprowadza niepotrzebną blokadę emocjonalną. Dziecko ma prawo do błędów, są one naturalnym elementem procesu uczenia się. To właśnie rozważna konfrontacja z błędami stymuluje powstawanie krytycznych pytań, a stosowanie metody prób i poprawek jest skutecznym sposobem w poszukiwaniu rozwiązania problemów matematycznych<sup>15</sup>.

Szukając wspólnej płaszczyzny porozumienia uczniowie doskonalą umiejętności komunikacyjne związane z posługiwaniem się językiem symboli w wymiarze werbalnym i niewerbalnym. Uczą się także prawidłowego odczytywania komunikatów i adekwatnych sposobów reagowania na nie poprzez zadawanie pytań i udzielanie informacji zwrotnej. Dbają przy tym o logiczną poprawność argumentowania oraz doskonałą sztukę negocjowania, co wymaga ustawicznej, pogłębionej refleksji nad własnym myśleniem oraz myśleniem partnera. Jednak, jak pokazuje praktyka szkolna, największą trudność sprawia uczniom połączenie świeżo nabytej wiedzy o systemach symbolicznych z wcześniejszą wiedzą zdominowaną przez myślenie synpraktyczne.

Matematyka ukryta w symbolach i formułach matematycznych nie przystaje do dziecięcych doświadczeń w poznawaniu świata. Formalizm matematyczny często przeszkadza, a niekiedy wręcz uniemożliwia zrozumienie tekstu zadania, a tym samym przeprowadzenie jego analizy. Dlatego – zdaniem Mirosława Dąbrowskiego – właściwa nazwa lub symbol matematyczny powinny zostać wprowadzone do słownika dziecka dopiero w momencie, kiedy będzie ono w pełni rozumiało jego sens i znaczenie<sup>16</sup>. Zanim to nastąpi należy dać uczniom przyzwolenie na używanie języka potocznego, który jest im bliski i dostępny intelektualnie. Dziecięce metafory typu: *klocek z noskiem to liczba nieparzysta* czy *obwód to to, co jest dookoła* są właśnie takim pomostem między uczniowskim obrazem pojęcia matematycznego a rozumieniem rówieśników i nauczyciela.

---

<sup>15</sup> Zob. Dąbrowski M, op. cit., s. 95; Kalinowska A., *Pozwólmy dzieciom działać*, Warszawa, IBE, 2010, s.108.

<sup>16</sup> Zob. Dąbrowski M, *Pozwólmy dzieciom myśleć*, Warszawa, IBE, 2008, s. 11.

Warto również zwrócić uwagę, że efektywność procesu uczenia się wzrasta, gdy uczniowie mają okazję rozmawiać ze sobą, bez ciągłej mediacji z nauczycielem. Wchodzenie w interakcje z rówieśnikami na zajęciach z matematyki stanowi doskonałe źródło i imperatyw dla rozwoju zarówno sfery intelektualnej, jak i motywacyjnej. Dzieci chętniej wykonują zadania i szybciej generują nowe rozwiązania współdziałając ze sobą niż podczas pracy indywidualnej. Wspólna aktywność, obserwacja zachowań drugiej osoby motywuje do podejmowania działań, których jednostka samodzielnie by nie podjęła. Koledzy stają się pośrednikami między przestrzenią osobistych doświadczeń ucznia a światem zewnętrznym. Ze względu na bliskość psychiczną, łatwość kontaktu oraz podobny zasób doświadczeń, uczący się chętnie korzystają z pomocy swoich rówieśników. Wzrasta przy tym ich wrażliwość emocjonalna, a także akceptacja i zrozumienie dla odmienności postrzegania problemów matematycznych i wielości dróg prowadzących do ich rozwiązywania.

Można zatem stwierdzić, że komunikowanie się w matematyce i o matematyce stanowi podstawowy i niezbędny warunek budowania własnego rozumienia pojęć matematycznych i procedur matematycznego działania, co prowadzi do tworzenia zintegrowanej wiedzy systemowej z obszaru matematyki.

#### **4. Bydgoska droga ku dobrej praktyce**

Interesującą próbę aplikacji na grunt praktyki założeń modelu interaktywnej edukacji matematycznej podjęli nauczyciele edukacji wczesnoszkolnej z bydgoskich szkół podstawowych. Przy wsparciu Urzędu Miasta Bydgoszczy, pracowników akademickich Uniwersytetu Warszawskiego i Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego oraz ekspertów dydaktyki matematyki z Wielkiej Brytanii w latach 2010-2011 uruchomiono kolejne projekty: *Odkrywamy matematykę*, *Zrozumieć matematykę z Numiconem*, *Numicon i co dalej...*, w ramach których odbyły się seminaria naukowo-metodyczne, szkolenia i warsztaty dla 130 nauczycieli. Na bazie uzyskanej wiedzy i doświadczeń każdy z nauczycieli opracował program zajęć dla uczniów szczególnie uzdolnionych matematycznie oraz dla tych, którzy wykazują trudności w uczeniu się matematyki, z wykorzystaniem metod i form pracy sprzyjających rozwijaniu myślenia matematycznego przy użyciu materiału dydaktycznego Numicon<sup>17</sup>. Programy były wdrażane w ramach zajęć dodatkowych, w wymiarze dwóch godzin tygodniowo. Podjęte działania z pewnością wzbogaciły warsztat pracy nauczycielskiej, jednak nie zaowocowały trwałymi zmianami w postępowaniu dydaktycznym.

---

<sup>17</sup> Zob.

[http://www.pedagogikawczesnoszkolna.ukw.edu.pl/jednostka/wczesnoszkolna\\_przedszkolna/odkrywamy\\_mate\\_matyke\\_ukw](http://www.pedagogikawczesnoszkolna.ukw.edu.pl/jednostka/wczesnoszkolna_przedszkolna/odkrywamy_mate_matyke_ukw) (dostęp z dnia: 2.04.2015)

Pozwoliły jedynie dostrzec i nazwać problemy, z jakimi borykali się nauczyciele i uczniowie na lekcjach matematyki.

Kolejny rok można określić mianem czasu inkubacji, kiedy to w umysłach kilkunastu nauczycielek uczestniczących we wcześniejszych projektach zaczęła stopniowo dojrzewać idea zmian. W listopadzie 2012 roku zawiązała się międzyszkolna grupa samokształceniowa, której wsparcia merytorycznego i metodycznego udzielił Instytut Badań Edukacyjnych, natomiast organizacyjnie i finansowo wspomagał Urząd Miasta Bydgoszczy. W ramach projektu systemowego: *Badania uwarunkowań zróżnicowania wyników egzaminów zewnętrznych* finansowanego ze środków EFS, uruchomiono działanie: *Dzieci myślą. Jak skutecznie uczyć dzieci myślenia matematycznego*. Celem była zmiana postaw, przekonań i praktyk nauczycielskich w obszarze nauczania matematyki.

Korzystając z teorii „bąbli” jako modelu przemian społecznych, tym razem odstępiono od masowych szkoleń nauczycieli i całą uwagę skupiono na osobach w pełni przekonanych o potrzebie i możliwościach wpływania na kształt edukacji matematycznej, z silnym poczuciem sprawstwa i wewnętrznej motywacji do działania. Zdaniem socjologa Andrzeja Nowaka i jego współpracowników<sup>18</sup> ludzie prezentujący przekonania mniejszości skupiają się w grona – bąble, tworząc sieć powiązań cechującą się współpracą i wzajemnym zaufaniem jej uczestników. Stopniowo, za pomocą podejmowanych wspólnie działań, popularyzują swoje przekonania, praktyki, co powoduje, że *początkowo nieliczne „nowe” w miarę czasu wzrasta i po pewnym czasie „nowe” staje się większością*<sup>19</sup>. I tak się stało w przypadku grupy nazwanej Bydgoskim bąblem matematycznym, której członkowie spotykali się regularnie co dwa tygodnie i pod okiem ekspertów z Uniwersytetu Warszawskiego oraz Pracowni Matematyki IBE na nowo definiowali rozumienie matematyki jako nauki, określali rolę, jaką się jej wyznacza w szkole i w codziennych sytuacjach życiowych, a także poznawali i świadomie modyfikowali własny styl pracy oraz budowali warsztat zawodowy.

Od września 2013 roku, jak podaje koordynatorka Bydgoskiego bąbla matematycznego Elżbieta Wiewióra, projekt wkroczył w kolejny etap określany mianem „pączkowania”<sup>20</sup>. Powstały kolejne grupy samokształceniowe, które pracują pod kierunkiem liderów

---

<sup>18</sup> Zob. A. Nowak, M. Lewenstein, J. Szamrej, *Bąble – modelem przemian społecznych*, „Świat Nauki”, 1993, nr 12.

<sup>19</sup> A. Nowak, R. Praszkiel, *Zmiany społeczne powstałe pod wpływem działalności przedsiębiorców społecznych*, „Trzeci Sektor” 2005, nr 2, s. 156.

<sup>20</sup> E. Wiewióra, *Przemyslenia i refleksje koordynatorki Bydgoskiego bąbla matematycznego, czyli jak przystąpiliśmy do działania „Dzieci myślą”*, [w:] W. Binkowska-Wójcik i in. (red.), *Bydgoski bąbel matematyczny. O wprowadzaniu zmian w nauczaniu matematyki w klasach I-III*, Warszawa, IBE, 2014, s. 9.

wywodzących się z pierwszego „bąbla”. Liderzy są tutaj *rozsadnikami zmian*<sup>21</sup>. To osoby z pasją, otwarte na nowe koncepcje, kreatywne i innowacyjne, zarówno w stawianiu sobie celów, jak i w pokonywaniu trudności. Dzięki pracy metodą tutoring koleżeńskigo uruchamiają u swoich koleżanek i kolegów gotowość na zmiany zarówno w sposobie myślenia o edukacji matematycznej, jak i działania z zastosowaniem matematycznych narzędzi poznania i rozumowania. W efekcie liderzy i nowicjusze stanowią dla siebie silną grupę wsparcia, dbając o budowanie pozytywnych relacji, dostarczenie rzetelnej informacji zwrotnej i zachęcanie do kolektywnej aktywności.

Przyjęcie postawy otwartości i wzajemności w relacjach między nauczycielami skutkuje również większą uważnością i refleksyjnością w pracy z uczniami. Nauczycielki biorące udział w pierwszej edycji Bydgoskiego bąbla matematycznego opisały swoje doświadczenia z „nową” matematyką, ilustrując je konkretnymi przykładami fragmentów zajęć ze szczególnym zwróceniem uwagi na rolę pytań w samodzielnym budowaniu wiedzy matematycznej uczniów, sposób wykorzystania środków dydaktycznych jako inspiracji do formułowania problemów matematycznych, rolę gier dydaktycznych w kształceniu myślenia strategicznego oraz potencjał pracy zespołowej. Nie znajdziemy tu typowych syntaks zajęć, ale refleksyjny ogląd zdarzeń krytycznych, które miały miejsce w codziennej praktyce edukacyjnej. Jak same mówią, udział w projekcie zmienił ich styl pracy: *Wystarczy pozwolić dzieciom myśleć, działać, doświadczać, zadawać pytania, być z nimi i wspomagać w poszukiwaniu odpowiedzi. Otworzymy w ten sposób kolejne drogi [...] umożliwiające uczniom swobodne poruszanie się i pewne przeszukiwanie labiryntów matematyki i nie tylko matematyki*<sup>22</sup>. Zmieniło się też podejście do postrzegania siebie w roli nauczyciela: *...przychodząc do szkoły we wrześnie, zaczynałam się stresować, czy aby ze wszystkim zdążę. Teraz jestem bardziej na luzie, ale nadal odpowiedzialna, choć już się nie stresuję, czy zdążę*<sup>23</sup>. Matematyka przestała być jedynie przedmiotem nauczania, ale stała się dla uczniów i ich nauczycieli wspólną przygodą intelektualną.

### **Podsumowanie**

Postrzeganie edukacji matematycznej jako kultury asymilacji z instrumentalnym nakierowaniem na rozwijanie myślenia algorytmicznego, przy założeniu, że wiedza ma charakter zewnętrzny i może być przekazywana jedynie w postaci porcji informacji do

---

<sup>21</sup> A. Nowak, R. Praszkiar, op.cit., s. 157.

<sup>22</sup> A. Kazimierczak, *A pozaszkolne też można...? – czyli refleksje i przemyślenia na temat pytań uczniów klasy II w procesie edukacji matematycznej*, [w:] W. Binkowska-Wójcik i in. (red.), *Bydgoski bąbel matematyczny. O wprowadzaniu zmian w nauczaniu matematyki w klasach I-III*, Warszawa, IBE, 2014, s. 157.

<sup>23</sup> B. Gruszewska, *Bo we mnie jest ... luz*, [w:] W. Binkowska-Wójcik i in. (red.), *Bydgoski bąbel matematyczny. O wprowadzaniu zmian w nauczaniu matematyki w klasach I-III*, Warszawa, IBE, 2014, s. 10.



przyswojenia, jest archaizmem. Jak pokazują wyniki badań prowadzonych przez Instytut Badań Edukacyjnych, m.in. Raporty z Ogólnopolskich Badań Umiejętności Trzecioklasistów zrealizowanych w latach 2011-2013<sup>24</sup> oraz Raport TIMSS i PIRLS 2011<sup>25</sup>, podążanie po śladach według podanego instruktażu skutecznie hibernuje uczniowskie umysły, niszczy ciekawość poznawczą i chęć samodzielnego dociekania, a przede wszystkim zabija odwagę myślenia i działania.

Konieczne jest zatem podjęcie zmian w obszarze praktyki edukacyjnej. Nowoczesne nauczanie matematyki powinno inspirować a nie informować, rozbudzać a nie trenować, *przypominać proces badania, a praca ucznia ma tylko ilościowo różnić się od pracy matematyka*<sup>26</sup>. Jak podkreślają Jan Filip i Tadeusz Rams istotą uczenia się matematyki jest *odkrywanie, zdobywanie i tworzenie znaczeń dla pojęć i operacji matematycznych, a nie tylko uczenie technik matematycznych*<sup>27</sup>. Orientacja na wynik musi ustąpić gotowości zrozumienia procesu.

Bogatego kontekstu znaczeniowego do uczenia się matematyki dostarczą działania manipulacyjne z użyciem konkretów, jak również codzienne sytuacje życiowe w których dzieci uczestniczą. Dostrzeżenie problemów matematycznych, opisywanie ich z dbałością o precyzję wyrażenia myśli otworzy w sposób naturalny pola poznawczych napięć, sprowokuje uczniów do konfrontacji posiadanej wiedzy i umiejętności z nową sytuacją oraz zachęci do podjęcia wysiłku intelektualnego prowadzącego do zniwelowania dysonansu poznawczego. Matematyka bowiem to nie montownia działań na liczbach, ale wielka wytwórnia koncepcji. Pobawmy się więc matematyką ... i zobaczymy, co z tego wyjdzie.

---

<sup>24</sup> Zob. A. Pregler, E. Wiatrak (red.), *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badań. OBUT 2011*, Warszawa, IBE, 2011; A. Pregler, E. Wiatrak (red.), *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badań. OBUT 2012*, Warszawa, IBE, 2012; A. Pregler (red.), *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badań. OBUT 2013*, Warszawa, IBE, 2013.

<sup>25</sup> K. Konarzewski, *TIMSS i PIRLS 2011. Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej*, Warszawa, CKE, 2012.

<sup>26</sup> J. Filip, T. Rams, *Dziecko w świecie matematyki*, Kraków, Oficyna Wydawnicza "Impuls", 2000, s. 26.

<sup>27</sup> Ibidem, s. 26.