

Nowak J.: *Edukacja matematyczna – w stronę modelu interaktywnego*, Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae, Universitas Catholica Ruzomberok, 2/2015, rocznik XIV, s.165-169, ISSN 1336-2232.

Edukacja matematyczna – w stronę modelu interaktywnego **Mathematical Education - toward the interactive model**

Jolanta Nowak

MESC: D40

Abstrakt

Przedmiotem rozważań uczyniono budowanie wiedzy matematycznej poprzez wchodzenie w interakcję z materiałem dydaktycznym i podzielenie doświadczeń w przestrzeni wymiany społecznej. Zwrócono uwagę, że nauczanie matematyki na poziomie elementarnym wymaga przeorientowania myślenia na temat organizacji procesu edukacyjnego i na nowo rozpisania zadań, jakie ma do wypełnienia nauczyciel i jego uczniowie.

Słowa kluczowe: edukacja wczesnoszkolna, model interaktywny, materiał dydaktyczny, dyskurs społeczny

Abstract

The paper focuses on building mathematical knowledge by interacting with didactic materials and sharing the experience in the area of social exchange. Attention was paid so that the teaching of mathematics at the elementary level requires a reorientation of thinking about the organization of the educational process and redefining of tasks it to be fulfilled by the teacher and his students.

Keywords: primary education, interactive model, teaching material, social discourse

1. Wprowadzenie

Od dłuższego czasu jesteśmy świadkami swoistego zakleszczenia w myśleniu o edukacji matematycznej. Tradycja uwięziła dydaktykę matematyki w minionej epoce naznaczonej transmisyjnym repertuarem praktyk nauczycielskich oraz reaktywnymi zachowaniami uczniów, które są jedynie odpowiedzią na oczekiwania nauczyciela. Jak pokazują badania prowadzone przez Instytut Badań Edukacyjnych, m.in. Raporty z Ogólnopolskich Badań Umiejętności Trzecioklasistów prowadzonych w latach 2011-2013¹, Raporty o stanie edukacji 2010 i 2013² oraz badania TIMSS i PIRLS 2011³ ten model kształcenia się już nie sprawdza. Wymogiem nowoczesnej edukacji jest zmiana definiowania struktury, elementów składowych oraz organizacji procesu kształcenia. Źródeł nowych paradygmatów edukacyjnych należy poszukiwać w konstruktywistycznych teoriach uczenia się oraz najnowszych odkryciach z obszaru neurodydaktyki. Zgodnie z nimi uczenie się to nie proste przyswajanie treści programowych, ale cały ciąg operacji intelektualnych realizowanych w interakcji z bogatym i różnorodnym materiałem dydaktycznym oraz w dialogu z nauczycielem i rówieśnikami.

2. Uczenie (się) w interakcji ze środowiskiem materialnym

Uczenie się zachodzi w nierozzerwalnym związku z jednostkowym doświadczeniem rzeczywistości. Rolę zmysłów w poznawaniu świata dostrzegł już ponad dwa tysiące lat temu grecki filozof Platon, a na początku XIX wieku szwajcarski pedagog i twórca teorii nauczania elementarnego Jan Henryk Pestalozzi postulował, by dzieci uczyły się „głową, sercem i rękami”. Amerykański filozof i dydaktyk John Dewey zwracał uwagę, że działanie i

¹ Pregler A., Wiatrak E. (red.) (2011), *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badań. OBUT 2011*. Warszawa, Instytut Badań Edukacyjnych. Pregler A., Wiatrak E. (red.) (2012), *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badań. OBUT 2012*. Warszawa, Instytut Badań Edukacyjnych. Pregler A. (2013), *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badań. OBUT 2013*. Warszawa, Instytut Badań Edukacyjnych.

² Federowicz M., Sitek M. (2011), *Raport o stanie edukacji 2010. Społeczeństwo w drodze do wiedzy*. Warszawa, Instytut Badań Edukacyjnych. Federowicz M., Sitek M. (2014), *Raport o stanie edukacji 2013. Liczą się nauczyciele*. Warszawa, Instytut Badań Edukacyjnych.

³ Konarzewski K. (2012), *TIMSS i PIRLS 2011. Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej*. Warszawa, Centralna Komisja Egzaminacyjna.

doświadczenie są źródłem wiedzy, gdyż „wiadomości odcięte od przemyślanej czynności są martwe, są ciężarem przygniatającym umysł” (Dewey, s. 165). Postrzeganie ucznia jako aktywnego odkrywcy, który przyjmuje postawę badawczą wobec rzeczywistości, dało podstawy koncepcji psychologiczno-pedagogicznych wpisujących się w szeroko prezentowany nurt Nowego Wychowania (M. Montessorii, C. Freinet, R. Steiner, H. Parkhurst). Dzięki badaniom prowadzonym przez przedstawicieli psychologicznego i społecznego konstrukttywizmu: Jeana Piageta, Lwa Wygotskiego oraz ich kontynuatorów, między innymi Jerome'a Seymoura Brunera wiemy, że uczenie się to proces konstruowania osobistych struktur poznawczych poprzez działania wykonywane na obiektach fizycznych i myślowych (Piaget, 2006), w którym istotną rolę pełni środowisko społeczne, a w szczególności bezpośrednie interakcje i język (Wygotski, 2006), umożliwiające intersubiektywną wymianę myśli, nadawanie znaczeń oraz wychodzenie poza dostarczone informacje (Bruner, 1978). Można więc przyjąć, że świat fizyczny jest tworzywem, którego badanie pozwala dziecku na drodze spostrzeżeń konstruować schematy wyobrazeniowe, doskonalić operacje logiczne, a w konsekwencji dokonywać uogólnień prowadzących do budowania pojęć.

Samodzielne tworzenie reprezentacji mentalnych wymaga od ucznia aktywności operacyjnej w bezpośredniej relacji z przedmiotem poznania. Według Jeana Piageta „Aby poznać obiekty, podmiot musi mieć z nimi aktywny kontakt, dzięki czemu może je przekształcać: musi je przedstawiać, korygować, łączyć, rozdzielać i składać od nowa. Począwszy od najbardziej podstawowych działań sensomotorycznych [...], aż do najbardziej wyrafinowanych operacji intelektualnych[...], wiedza nieustannie wiąże się z działaniem lub operacjami, czyli z przekształcaniem”(Piaget, 1970). Przedmioty pełnią rolę swoistych mediatorów zewnętrznych, za pomocą których dziecko myśli, są źródłem impulsów uruchamiających procesy poznawcze. Jednak sama obserwacja to za mało, tutaj potrzebna jest praktyka, działanie.

Jak dowodzą badania neurobiologów, nasze dłonie mają w mózgu ogromne reprezentacje w korze przedruchowej, ruchowej oraz polach sensorycznych co oznacza, że jedna trzecia mózgu odpowiada za motorykę (Spitzer, 2013, s.160). Stąd zadania o charakterze przestrzennym, wymagające fizycznego manipulowania przedmiotami są lepiej zapamiętywane. Ruchy ciała stają się elementem konkretnych śladów pamięciowych. Mówimy tutaj o myśleniu synpraktycznym wywołanym bezpośrednim kontaktem z obiektem poznania i kodowaniu zdarzeń wraz z ich kontekstem w pamięci epizodycznej. Przykładem, jak nasz mózg uprawia matematykę, może być tworzenie pojęcia liczby. Jako konstrukt czysto abstrakcyjny jest ona odległa dziecięcemu sposobowi rozumowania. U małych dzieci możemy mówić jedynie o intuicji logarytmicznej, która pozwala szacować ilość za pomocą proporcji (Bellos, 2013, s. 25). Pojmowanie ilości w kategoriach precyzyjnych liczb jest wytworem kultury i wymaga, zdaniem niemieckiego psychiatry prowadzącego badania na polu neurodydaktyki Manfreda Spitzera (2013, s. 151), przetwarzania doświadczeń w trzech podstawowych formatach: jako wydarzeń sensomotorycznych silnie związanych z ruchem palców, jako miejsca na skali linearnej zakodowanej w płacie ciemieniowym oraz w formie językowej realizowanej przez ośrodki mowy znajdujące się w płacie czołowym i skroniowym mózgu. Wymienione moduły są ze sobą ściśle powiązane i aktywowanie jednego z nich podczas wykonywania operacji arytmetycznych automatycznie uruchamia wszystkie pozostałe.

Na potrzebę sięgania po konkrety i uczenia się w trybie proceduralnym wskazywali zarówno konstruktywiści (J. Piaget, J.S. Bruner) jak i dydaktycy matematyki (P. van Hiele, H. Freudental, Z. Krygowska). Odwołując się do mechanizmów rozwoju poznawczego i zachodzących zmian w obszarze struktur logiczno-matematycznych scharakteryzowali oni kolejne stadia/poziomy/reprezentacje określające wymiar jakościowy postrzegania, przyswajania, rozumienia i przetwarzania informacji przez dziecko. Zwracali uwagę, że podjęte czynności motoryczne z użyciem konkretów stanowią materialną reprezentację abstrakcyjnych kategorii pojęciowych. J. Piaget opisał rolę konfliktu poznawczego, jaki powstaje w wyniku konfrontacji posiadanej wiedzy z nową sytuacją, w uruchamianiu procesów asymilacji i akomodacji prowadzących do przekształcania struktur myślowych oraz doskonalenia narzędzi

poznania. Z kolei J.S. Bruner podkreślił rolę rozumienia intuicyjnego odwołującego się do fizycznego modelu, które umożliwia dziecku badanie przedmiotów i zapisywanie ich w umyśle za pomocą dostępnego intelektualnie systemu reprezentacji: enaktywnej, ikonicznej lub symbolicznej. Istotne jest, by stwarzać jak najwięcej okazji do integrowania wszystkich form przetwarzania informacji oraz swobodnego przekładania każdej z nich na pozostałe.

Trzeba jednak pamiętać, że istnieje duża rozbieżność między abstrakcyjnością pojęć matematycznych a realnością i konkretnością myślenia uczniów w wieku wczesnoszkolnym. Dlatego tworzenie bezpośrednich kontekstów dla każdego zdarzenia związanego z nabywaniem doświadczeń stanowiących fundament konstruowania i rekonstruowania znaczeń jest niezwykle ważne i decyduje o sposobie wykorzystania ich w zbliżonych sytuacjach problemowych. W ten sposób, jak zauważa twórca nauczania realistycznego Hans Freudenthal (1984, s. 10-11), następuje stopniowe matematyzowanie świata fizycznego, będącego źródłem struktur matematycznie bogatych i przechodzenie do opisywania rzeczywistości za pomocą abstrakcyjnych pojęć matematycznych, które stanowią strukturę matematyczną znacznie zubożoną.

Różnorodność zgromadzonych doświadczeń pozwala nadać intuicyjnemu rozumowaniu dziecka coraz bardziej sformalizowaną postać. Aby tak się stało dziecko musi przejść całą drogę interioryzacji zaczynając od działań na obiektach materialnych, które stopniowo będą uwewnętrzniane w postaci czynności wyobrażeniowych aż po operacje abstrakcyjne. Skrócenie tej drogi poprzez zastąpienie obserwowania i manipulowania na konkretach obrazkiem w podręczniku ogranicza znacząco udział aparatu zmysłowego w badaniu eksploracyjnym, a tym samym zubaża materiał przeznaczony do dalszej obróbki intelektualnej. Już J. Piaget (1977, s. 18) przestrzegał przed niebezpieczeństwem werbalizmu obrazkowego, który faworyzuje skojarzenia, nie zostawiając miejsca na autentyczną aktywność. Niestety, jak pokazuje Raport o stanie edukacji 2013, nauczyciele matematyki są przekonani, że „omawianie z uczniami kolejnych treści zawartych w podręcznikach i rozwiązywanie zadań zamieszczonych w zbiorach pozwoli na pełną realizację zapisów podstawy programowej” (Czajkowska, Orzechowska, s. 185). Tak więc zamiast czynnościowego nauczania matematyki coraz częściej mamy papierową edukację. Prowadzi to do smutnej konstatacji, że dzisiejsza jakość nauczania matematyki zależy od jakości podręczników z których korzystają uczniowie.

3. Uczenie (się) w przestrzeni interakcji społecznych

Model nauczania matematyki ograniczający horyzont dziecięcych doświadczeń do materiału podręcznikowego sytuuje nauczyciela w roli tłumacza mocno sformalizowanego języka przekazu, zaś aktywność uczniów sprowadza do wypełniania kolejnych kart pracy. W książce pod znamiennym tytułem „Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej” Dorota Klus-Stańska i Marzenna Nowicka (2005, s. 138) opisują zajęcia matematyki jako spektakl, a wręcz monodram, w którym to nauczyciel odgrywa główną rolę. Za pomocą rekwizytów w postaci rysunków, materiału poglądowego i odpowiednio dobranego oprzyrządowania, stanowiącego ciąg mechanicznych czynności tworzących gotowe procedury rozwiązywania zadań, próbuje on skupić uwagę uczniów – widzów, a niekiedy włączyć ich w wybrane fragmenty zajęć według ściśle zaplanowanego scenariusza. Przyjmuje tym samym, że wiedza ma charakter zewnętrzny i może być przekazywana jedynie w postaci porcji informacji do przyswojenia. Takie podążanie po śladach, według podanego instruktażu skutecznie hibernuje uczniowskie umysły, niszczy ciekawość poznawczą i chęć samodzielnego dociekania, a przede wszystkim zabija odwagę działania.

Aktywność matematyczna uczniów – na co słusznie zwrócili uwagę Jan Filip i Tadeusz Rams (2000) – „nie powinna być określona i ograniczona matematyką dorosłych. Uczeń powinien tworzyć własną matematykę, samodzielnie dochodzić do pojęć i twierdzeń matematycznych, znajdować własną drogę do matematyki” (s. 56). Nie można bowiem zakładać, że widzi on to, co my widzimy i rozumie tak, jak my rozumiemy. To nie jest dorosły z mniejszą ilością doświadczeń. Jego perspektywa widzenia i rozumienia świata zdeterminowana jest poprzez swoiste cechy myślenia, poziom rozwoju operacji logicznych oraz zasoby leksykalne. Dziecko nie potrafi myśleć pojęciami narzuconymi z zewnątrz, ale tworzy własne

obrazy pojęciowe nadając znaczenie temu co obserwuje, czego doświadcza. Nie jest również gotowe do słuchania komunikatów nauczycielskich przesyconych formalnymi instrukcjami oraz używania hermetycznego, pełnego symboliki języka matematycznego. Zatem epistemologiczna przestrzeń uczenia się matematyki na poziomie elementarnym nie może być zdominowana przez wiedzę naukową i modele matematyczne, ale powinna odwoływać się do myślenia intuicyjnego i uczniowskiej wiedzy potocznej, gdyż one stanowią naturalne podstawy budowania wiedzy matematycznej.

Powyższe spostrzeżenia wskazują na potrzebę przeorientowania myślenia na temat organizacji procesu edukacyjnego w obszarze matematyki. Rola nauczyciela nie sprowadza się do przekazu treści i „przerobienia” materiału programowego, ale polega na dostarczeniu narzędzi poznania i myślenia oraz zadbania o warunki sprzyjające uruchomieniu aktywności badawczej. Zdaniem autorki koncepcji dydaktyki interaktywnej Jolanty Kruk (2010), niezbędne jest „odejście od pogładowości odzwierciedlającej, skoncentrowanej na reprodukcji przekazanych treści w kierunku pogładowości aktywnej, uwalniającej samodzielne działania badawcze osoby uczącej się”(s. 80-88). Szczególną wartość edukacyjną niosą ze sobą problemy o charakterze dywergencyjnym, które poprzez fakt, że mają wiele równorzędnych trafnych rozwiązań, uruchamiają wielokierunkowe myślenie uczniów, zachęcają do stawiania kolejnych pytań i poszukiwania odpowiedzi na drodze dzielenia doświadczeń w interakcji ze wszystkimi uczestnikami procesu uczenia. Nauczyciel aranżuje specjalne ćwiczenia, które prowokują uczniowski intelekt, gdyż wymagają dostrzeżenia trudności, problemów, luk w posiadanej wiedzy, ustalania na czym ta trudność polega, a następnie generują określone zachowania związane z szukaniem rozwiązań, formułowaniem i weryfikowaniem strategii badawczych oraz komunikowaniem wyników własnych odkryć.

Nowoczesne nauczanie matematyki ma inspirować, a nie informować. Egipski matematyk i pedagog Caleb Gattegno (2010) wierzył, że wszyscy ludzie są z natury obdarzeni praktycznie nieograniczonymi kompetencjami samokształcenia. Zatem interwencja nauczyciela powinna koncentrować się na wzbudzaniu aktów świadomości u swoich uczniów, bo tylko świadomi są zdolni do przyswajania wiedzy. Pierwszym krokiem w procesie uczenia jest uświadomienie, że jest coś nowego do odkrycia. W konsekwencji następuje aktywizacja myślenia heurystycznego o charakterze czynnościowym, które służy zbadaniu problemu, w celu jego zrozumienia. Podejmowane przez uczniów działania badawcze często wiążą się z „eksperymentalnym błędzeniem”, jednak warto pamiętać, że umiejętność konfrontacji z błędami ma nieocenioną wartość poznawczą, gdyż stymuluje powstawanie krytycznych pytań, jest sposobem świadomego poszukiwania rozwiązań, bycia w pełni obecnym, w tym co się robi. Stopniowo włączają się mechanizmy samoregulacji, które pozwalają na świadome planowanie, monitorowanie, kontrolę i ocenę stosowanych strategii poznawczych oraz utrzymują właściwy poziom motywacji podczas mierzenia się z zadaniami. Uczniowie coraz sprawniej i z większą dozą pewności dobierają odpowiedni model matematyczny do konkretnych sytuacji, odkrywają prawidłowości i stosują wypracowane procedury postępowania heurystycznego. Cechuje ich otwartość oraz autonomia w myśleniu i działaniu.

Jak pokazują badania prowadzone w perspektywie socjokulturowej, efektywność procesu uczenia się może znacząco wzrosnąć, jeśli uruchomione zostanie pole społecznej wymiany. Konstruowanie indywidualnej wiedzy zachodzi bowiem „w interakcji z kontekstem społecznym i kulturowym, a w szczególności poprzez uczestniczenie w nim” (De Corte, 2013, s. 87). Włączenie rówieśników w aktywność badawczą umożliwia realizację wspólnych pomysłów, działanie i dzielenie się koncepcjami, rozwiązywanie rodzących się sprzeczności, jak również pobudza do realizacji nowych zadań, których często samodzielnie by nie podjęli. Szukając wspólnej płaszczyzny porozumienia uczniowie doskonalą umiejętności komunikacyjne związane z posługiwaniem się pojęciami matematycznymi oraz językiem symboli i znaków matematycznych. Uczą się nie tylko prawidłowego kodowania, ale także odkodowywania komunikatów oraz reagowania na nie poprzez zadawanie pytań i udzielanie informacji zwrotnej. Dbają przy tym o logiczną poprawność argumentowania oraz doskonałą sztukę negocjowania, co wymaga ustawicznej, pogłębionej refleksji nad własnym myśleniem

oraz myśleniem partnera. Podjęcie dyskursu pozwala na syntezę doświadczeń, ujrzenie problemu w wielości perspektyw poznawczych oraz nabycie pewności co do poprawności własnego rozumowania. Przede wszystkim jednak budowanie wiedzy matematycznej poprzez podzielenie doświadczeń z rówieśnikami prowadzi do krytycznej refleksji nad poziomem własnych kompetencji i daje poczucie odpowiedzialności za własny proces uczenia.

4. Konkluzja

Kompetentny nauczyciel powinien umieć stwarzać uczniom warunki do obserwowania i przeżywania autentycznego procesu rozwiązywania problemów matematycznych, a tym samym otworzyć przestrzeń dla odkrywania prawd matematycznych i budowania własnego rozumienia matematyki. Wymaga to aranżacji bogatego interakcyjnie środowiska uczącego, które dostarczy impulsów poznawczych, kontekstu fizycznego i społecznego oraz zastosowania strategii nauczania opartych na dialogu, uruchamiającym głębokie merytorycznie interakcje między nauczycielem i uczniami, jak również między samymi wychowankami. Orientacja na wynik musi ustąpić gotowości zrozumienia procesu – to jest rzeczywisty wyznacznik zmian w dydaktyce matematyki.

Bibliografia

- BELLOS A. 2013. *Przygody Alexa w krainie liczb. Podróże po cudownym świecie matematyki*. Warszawa: Wydawnictwo Albatros A. Kuryłowicz, 2013, 544 s. ISBN 978-83-7659-763-8.
- BRUNER J.S. 1978. *Poza dostarczone informacje. Studia z psychologii poznawania*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 1978, 801 s.
- CZAJKOWSKA M., - ORZECZOWSKA M. 2014. *Nauczanie matematyki*. W: FEDOROWICZ M., SITEK M. 2014. *Raport o stanie edukacji 2013. Liczą się nauczyciele*. Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych, 2014, 320 s. ISBN 978-83-61693-47-5.
- DE CORTE E. 2013, *Historyczny rozwój myślenia o uczeniu się*. W: Dumont H., Istance D., Benavides F. (red.), *Istota uczenia się. Wykorzystanie wyników badań w praktyce*. Warszawa: Wolters Kluwer Polska SA., 2013, 514 s. ISBN 978-83-264-0709-3.
- DEWEY J., 1963. *Demokracja i wychowanie. Wstęp do filozofii wychowania*. Warszawa: Książka i Wiedza, 1963, 413 s.
- FILIP J., - RAMS T. 2000. *Dziecko w świecie matematyki*. Kraków: Oficyna Wydawnicza „Impuls”, 2000, 198 s. ISBN 83-88030-54-X.
- FREUDENTHAL, H. 1984. *O strukturach w nauce i nauczaniu*. Fragmenty z referatu H. Freudenthala wygłoszonego przez niego w czasie wizyty w krakowskiej WSP w 1984. Spisał i tłumaczył Stefan Turnau [online]. [cit. 2013-05-04] Dostępne w Internecie: www.if.uj.edu.pl/~meyer/psychologia/w5.doc.
- GATTEGNO C. 2010. *Towards a Visual Culture. Educating through Television*. New York: Educational Solutions Worldwide Int., 2010, 156 s. ISBN 978-0-87825-197-1.
- KLUS-STĄŃSKA D., - NOWICKA M. 2005. *Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej*. Warszawa: WSiP, 2005, 238 s. ISBN 83-02-09313-0.
- KRUK J. 2010. *W poszukiwaniu źródeł dydaktyki interaktywnej*. „Problemy Wczesnej Edukacji”, nr 2 (12), 212 s. ISSN 1734-1582.
- PIAGET J. 1970. *Piaget's Theory*. [w:] P. Mussen (red.), Carmichael's Manual of Child Psychology. New York, s. 704 cyt. za: D.C. Phillips, J.F. Soltis (2003), *Podstawy wiedzy o nauczaniu*. Gdańsk: GWO, 2003, 168 s. ISBN 83-89120-68-2.
- PIAGET J. 1977. *Dokąd zmierza edukacja?* Warszawa: PWN, 1977, 114. s.
- PIAGET J. 2006. *Studia z psychologii dziecka*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2006, 144 s. ISBN 83-01-14795-4.
- SPITZER M. 2013. *Cyfrowa demencja. W jaki sposób pozbawiamy rozumu siebie i swoje dzieci*. Słupsk: Wydawnictwo Dobra Literatura, 2013, 340 s. ISBN 978-83-64184-04-8.
- WYGOTSKI L.S. 2006. *Narzędzie i znak w rozwoju dziecka*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2006, 108 s. ISBN 83-01-14599-4.

Adres

Jolanta Nowak, doktor

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy
Instytut Pedagogiki
ul. Chodkiewicza 30
Bydgoszcz
e-mail: nowakjolanta@wp.pl